

Государство Израиль

Министерство просвещения

Тип экзамена: на аттестат зрелости

Время проведения экзамена: лето 2023, срок "бет"

Номер вопросника: 035471

Приложение: листы с формулами

для уровня в 4 единицы обучения

Перевод на русский язык (5)

מדינת ישראל

משרד החינוך

סוג הבחינה: בגרות

מועד הבחינה: קיץ תשפ"ג, 2023, מועד ב

מספר השאלון: 035471

נספח: דפי נוסחאות

ל-4 יחידות לימוד

תרגום לרוסית (5)

תוכנית חדשה

Математика

4 единицы обучения – первый вопросник

מתמטיקה

4 יחידות לימוד – שאלון ראשון

Указания

а. Продолжительность экзамена: 3 часа 30 минут.

б. Строение вопросника и ключ к оценке:

в этом вопроснике три раздела, и в них восемь вопросов.

Раздел первый – статистика и теория вероятности

Раздел второй – геометрия и тригонометрия на плоскости

Раздел третий – дифференциальное и интегральное

исчисление полиномов, рациональных функций и

функций, содержащих знаки корня

Вы должны ответить на пять вопросов, по меньшей мере

на один вопрос из каждого раздела – $5 \times 20 = 100$ баллов

в. Разрешенный вспомогательный материал:

1. Калькулятор без графического дисплея. При работе с калькулятором, который предоставляет возможности программирования, запрещается использовать эти возможности. Использование калькулятора с графическим дисплеем или возможностей программирования может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.

2. Листы с формулами (прилагаются).

3. Двухязычный словарь.

г. Особые указания:

1. Не переписывайте вопрос; обозначьте только его номер.

2. Начинайте ответ на каждый вопрос с новой страницы. Запишите в тетради этапы решения (также и в том случае, когда вычисления производились с помощью калькулятора). Объясните все свои действия, включая вычисления, подробно, ясно и по порядку. Недостаточно подробная запись решения может привести к тому, что оценка за экзамен будет снижена или экзамен будет аннулирован.

הוראות

א. משך הבחינה: שלוש שעות וחצי.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה:

בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.

פרק ראשון – סטטיסטיקה והסתברות

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי

של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל

פונקציות שורש

יש לענות על חמש שאלות, לפחות על שאלה

אחת מכל פרק – $20 \times 5 = 100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

1. מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות

התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.

שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות

התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת

הבחינה.

2. דפי נוסחאות (מצורפים).

3. מילון עברי-לועזי / לועזי-עברי.

ד. הוראות מיוחדות:

1. אין להעתיק את השאלה;

יש לסמן את מספרה בלבד.

2. יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש.

יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון,

גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת

מחשבון. יש להסביר את כל הפעולות, כולל

חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או

לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טייטה" בראש כל עמוד המשמש טייטה.

כתיבת טייטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

Пишите только в экзаменационной тетради. Напишите слово «טייטה» в начале каждой страницы, отведенной вами под черновик. Выполнение любых черновых записей на листах, не относящихся к экзаменационной тетради, может привести к тому, что экзамен будет аннулирован.

Желаем успеха!

בהצלחה!

Вопросы

Ответьте на пять из вопросов 1–8, по меньшей мере на один вопрос из каждого раздела (за каждый вопрос – 20 баллов).

Обратите внимание: если вы ответите более чем на пять вопросов, будут проверены только первые пять из ответов в вашей тетради.

Раздел первый – статистика и теория вероятности

1. Косметическая компания решила провести исследование и в его рамках проверить темп роста волос на голове человека (см в год). Компания проверила большое число людей.

Она выяснила, что темп роста волос у этих людей распределяется согласно нормальному закону. Были получены следующие данные:

- i У 50% участников проверки волосы выросли менее, чем на 12 см в год.
- ii У 33% участников проверки волосы выросли более, чем на 12.56 см в год.

- (א) Каково среднее значение $[אזממ]$ темпа роста волос у участников проверки?
- (ב) Каково среднее квадратичное отклонение $[הקתה תייטט]$ темпа роста волос у участников проверки?

Косметическая компания объявила, что ей удалось разработать шампунь, который увеличивает на 10% темп роста волос.

- (ג) Какими будут, согласно этому объявлению, новое среднее значение темпа роста волос и новое среднее квадратичное отклонение в группе людей, которые пользуются этим шампунем?
- (ד) Компания проверила, у какого процента участников проверки темп роста волос находится между средним значением и значением больше среднего на одно квадратичное отклонение. Согласно объявлению компании, если все участники проверки будут пользоваться разработанным ею шампунем, этот процент увеличится, уменьшится или не изменится? Обоснуйте свой ответ.

2. Хозяин магазина, который торгует электронными планшетами, проверил линейную связь между величиной экрана планшета в дюймах (переменная x) и числом минут, которые требуются клиенту, чтобы принять решение о покупке планшета (переменная y).
- В некоторый день он продал 8 различных моделей планшетов.
- Ниже приведена таблица, в которой представлены данные о восьми моделях, которые он продал в тот день.

Величина экрана в дюймах (x)	Число минут для принятия решения купить планшет (y)
9	2
9	10
9	10
9	10
11	10
11	10
11	10
11	18

- (א) Вычислите средние значения [מוצא] и средние квадратичные отклонения [טיות] двух переменных, x и y .
- (ב) Вычислите коэффициент корреляции [קורלציה] r .
- (ג) Найдите уравнение линии регрессии для прогноза числа минут, требуемых для принятия решения, в зависимости от величины экрана.

Хозяин магазина заказал новую модель электронного планшета, величина экрана которого 10 дюймов.

- (ד) Согласно найденному вами уравнению линии регрессии, каков прогноз числа минут, требуемых для принятия решения относительно этой модели?

Вследствие поступления на работу в магазин нового продавца, время принятия решения относительно покупки каждой модели планшета сократилось на 20%.

- (ה) Для каждого из параметров, приведенных ниже, определите, увеличится, уменьшится или останется без изменения его значение вследствие этого изменения.
- (1) Коэффициент корреляции r .
 - (2) Среднее квадратичное отклонение переменной y .
 - (3) Угловой коэффициент линии регрессии для прогноза числа минут, требуемых для принятия решения, в зависимости от величины экрана.

3. В пенале у Даны есть 25 одинаковых по размеру карандашей трех цветов:
15 синих карандашей,
4 красных карандаша,
6 желтых карандашей.

Дана случайным образом вытаскивает из пенала карандаш. Если карандаш синий или красный, она возвращает его в пенал.

Если карандаш желтый, она оставляет его вне пенала.

После этого Дана вытаскивает случайным образом из пенала еще один карандаш.

- (*) Какова вероятность того, что Дана вытащила два желтых карандаша?
(*) (1) Какова вероятность того, что Дана вытащит два карандаша **одинакового цвета**?
(2) Известно, что два карандаша, которые вытащила Дана, были одинакового цвета.

Какова вероятность того, что она вытащила два красных **или** два желтых карандаша?

Дана вернула все карандаши в пенал и дала своему брату из пенала x синих карандашей,
3 красных карандаша и 2 желтых карандаша.

Затем она случайным образом вытащила из пенала два карандаша, без возвращения.

Дано: вероятность того, что Дана вытащила желтый карандаш, а затем красный карандаш,
равна $\frac{1}{60}$.

- (*) Найдите x .

Раздел второй – геометрия и тригонометрия на плоскости

4. В параллелограмме $OABC$ вершина B лежит на оси y , а точка O – точка начала координат.

Из вершин A и C провели перпендикуляры к оси x , которые пересекают ее в точках E и F , соответственно (смотрите чертеж).

Дано: $\sphericalangle AOE = \sphericalangle COB$

- (*) (1) Докажите: $\sphericalangle AOE = \sphericalangle OCF$.
- (2) Докажите, что треугольники AOE и OCF подобны.

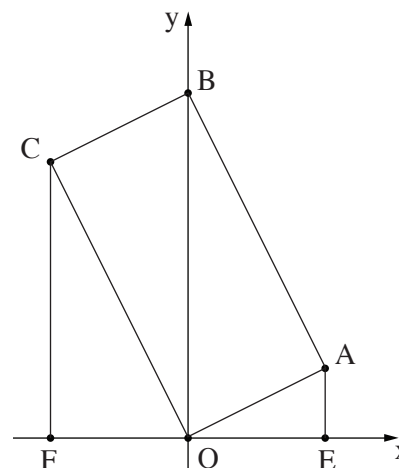
Площадь треугольника OCF в 4 раза больше площади треугольника AOE .

Уравнения прямых AE и CF – это $x = 4$ и $x = -4$, соответственно.

- (*) (1) Найдите коэффициент подобия между треугольниками OCF и AOE .
- (2) Найдите длины сторон OE и CF .
- (3) Найдите координаты вершин C и A .
- (*) Найдите координаты вершины B .
- (*) Докажите, что параллелограмм $OABC$ является прямоугольником.

Диагонали прямоугольника $OABC$ пересекаются в точке M .

(*) Верно ли, что $S_{AOE} + S_{CFO} = 2 \cdot S_{ABM}$? Обоснуйте свой ответ.



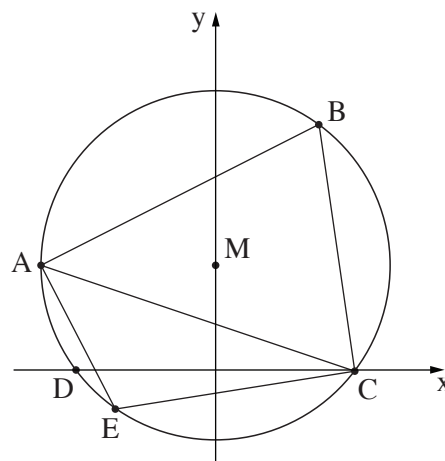
5. В окружность вписан остроугольный треугольник ABC .

Дано: $A(-5, 3)$, $B(3, 7)$.

Центр окружности M находится на оси y .

Эта окружность пересекает ось x в точках C и D , как показано на чертеже справа.

- (*) (1) Покажите, что координаты центра окружности M – это $(0, 3)$.
- (2) Найдите уравнение этой окружности.
- (3) Найдите координаты точек C и D .
- (*) (1) Найдите длину стороны AC .
- (2) Найдите величину угла ABC .



Точка E находится на малой дуге AC .

Дано: $EC = 7$.

- (*) Какова величина угла AEC ? Обоснуйте свой ответ.
- (*) Найдите площадь треугольника AEC .

Раздел третий – дифференциальное и интегральное исчисление полиномов, рациональных функций и функций, содержащих знаки корня

6. Дана функция $f(x) = \frac{9 - 4x^2}{1 - x^2}$.

- (а) (1) Найдите область определения функции $f(x)$.
- (2) Найдите уравнения асимптот функции $f(x)$, перпендикулярных осям координат.
- (3) Найдите координаты точек пересечения графика функции $f(x)$ с осями координат.
- (4) Найдите координаты точки экстремума функции $f(x)$ и определите ее тип.
- (5) Найдите области возрастания и убывания функции $f(x)$.

(б) Начертите схематический график функции $f(x)$.

(в) Дана функция $g(x)$, для которой выполняется $g'(x) = f(x)$. У функций $f(x)$ и $g(x)$ одна и та же область определения.

Найдите координаты x точек экстремума функции $g(x)$ и определите их тип. Обоснуйте свой ответ.

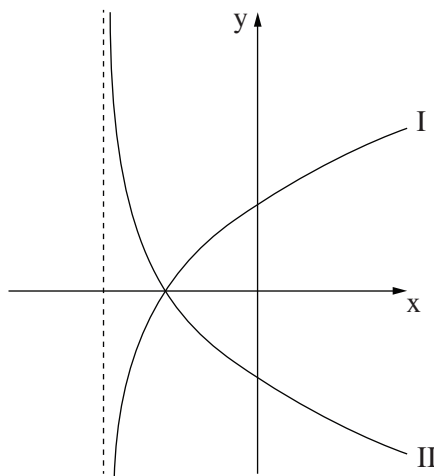
7. Дана функция $f(x) = (x - 1) \cdot \sqrt{2x + 10}$.

- (а) Найдите область определения функции $f(x)$.
- (б) Найдите координаты точек пересечения графика функции $f(x)$ с осями координат.
- (в) Найдите координаты всех точек экстремума функции $f(x)$ и определите их тип.
- (г) Начертите схематический график функции $f(x)$.

В конце вопроса приведены два графика, I–II. Один из этих графиков соответствует производной $f'(x)$, а другой график соответствует функции $g(x) = -f'(x)$.

(а) Определите, какой из графиков I–II соответствует производной $f'(x)$. Обоснуйте свой ответ.

(б) Вычислите площадь фигуры, заключенной между графиком производной $f'(x)$, прямой $x = 3$ и осью x .



8. ABC – прямоугольный треугольник, $\sphericalangle ACB = 90^\circ$.

Площадь треугольника ABC равна 72 .

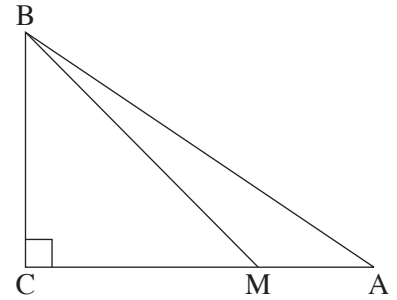
M – такая точка на стороне AC , что выполняется $MC = 2MA$
(смотрите чертеж).

Обозначим как x длину отрезка MA .

(а) Выразите при помощи x длину стороны BC .

(б) (1) Найдите x , для которого сумма квадратов расстояний от точки M до трех вершин
треугольника ($MA^2 + MB^2 + MC^2$) будет минимальной.

(2) Возможно ли, что сумма $MA^2 + MB^2 + MC^2$ равна 300 ? Обоснуйте свой ответ.



Желаем успеха!

Авторские права принадлежат Государству Израиль.
Копировать или публиковать можно только
с разрешения Министерства просвещения.

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל.
אין להעתיק או לפרסם
אלא ברשות משרד החינוך.